

Potenzieren und Radizieren

① Potenzieren

$$z = r^n \cdot e^{i\varphi n}$$

Aufg. 1 $z = (1+i)^7$

1. Schritt: rauschreiben

$w =$ Die Zahl, die potenziert werden soll $= 1+i$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\varphi = \frac{1}{4}\pi$$

$$n = 7$$

2. Schritt: einsetzen

$$(\sqrt{2})^7 \cdot e^{i\frac{\pi}{4}7} = 8\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{7\pi}{4}} = 8-8i$$

② Wurzel ziehen / Radizieren

$$z = \sqrt[n]{r} \cdot e^{\frac{\varphi + 2 \cdot k \cdot \pi}{n} \cdot i}$$

wobei $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

Aufg.: 1 $z^2 = -16i$

$$z = \sqrt{-16i}$$

Schritt 1: rausschreiben $w = -16i$ $r = 16$ $\varphi = -\frac{1}{2}\pi$ $n = 2 \rightarrow 2$ Lösungen

Schritt 2: in die Formel einsetzen

$$k=0 \quad z_0 = 4 \cdot e^{-\frac{1}{4}\pi} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$$

$$k=1 \quad z_1 = 4 \cdot e^{\frac{3}{4}\pi} = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$$

$$\text{Aufg. 2} \quad (z-3i)^6 + 64 = 0 \quad | -64$$

$$\Leftrightarrow (z-3i)^6 = -64 \quad | \sqrt[6]{}$$

$$\Leftrightarrow z-3i = \sqrt[6]{-64} \quad | +3i$$

$$z = \underbrace{\sqrt[6]{-64}}_{\text{Nebenrechnung}} + 3i$$

→ Nebenrechnung

$$\tilde{z} = \sqrt[6]{-64}$$

Schritt 1: $w = -64$ $r = 64$ $\varphi = \pi$ $n = 6$

Schritt 2: $\tilde{z} = \sqrt[6]{64} \cdot e^{\frac{\pi + 2k\pi}{6}} \cdot i$

$$\tilde{z}_0 = 2e^{\frac{1}{6}\pi}$$

$$\tilde{z}_1 = 2e^{\frac{2}{6}\pi}$$

$$\tilde{z}_2 = 2e^{\frac{5}{6}\pi}$$

$$\tilde{z}_3 = 2 \cdot e^{\frac{7}{6}\pi}$$

$$\tilde{z}_4 = 2 \cdot e^{\frac{8}{6}\pi}$$

$$\tilde{z}_5 = 2 \cdot e^{\frac{11}{6}\pi}$$

$$\Rightarrow z_0 = (\sqrt{3} + i) + 3i = \sqrt{3} + 4i$$

+3i nicht vergessen

$$z_1 = 5i$$

$$z_2 = -\sqrt{3} + 4i$$

$$z_3 = -\sqrt{3} + 2i$$

$$z_4 = i$$

$$z_5 = \sqrt{3} + 2i$$